Методические рекомендации

по способам решения заданий демонстрационного варианта

в номинации «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал»

направление «Инженерно-техническое».

Задание 3, 4, 7

(физика)

НИУ МГСУ

2024г.

Задание 3

Тела массами m_1 и m_2 движутся на плоскости во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями v_1 и v_2 соответственно (рис. 1). В один и тот же момент времени на тела начинает действовать одинаковая постоянная результирующая сила в плоскости рисунка. Определите величину и направление скорости (по отношению к первоначальному направлению) тела массой m_2 в тот момент, когда вектор скорости тела массой m_1 повернулся в результате действия силы на 90° по часовой стрелке, не изменив своей длины (рис. 2). Примите m_2=2m_1, m_1=1 кг, v_1=0,5v_2, v_2= 1 м/с. В качестве направления скорости укажите синус угла β между начальным и конечным направлением скорости. Ответы дайте в СИ, округлив численные значения до десятых.

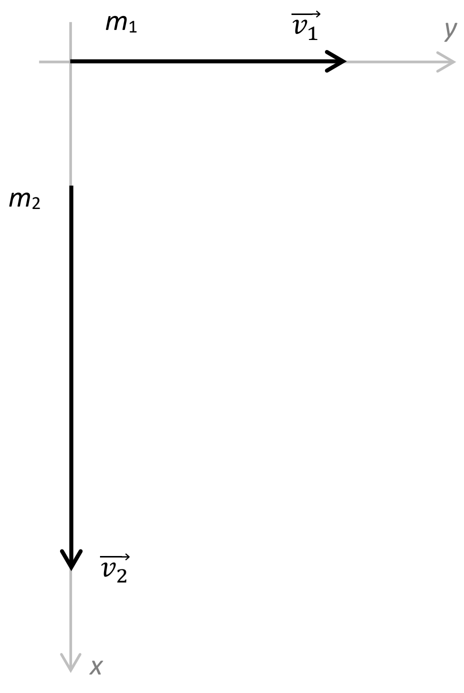


Рис. 1

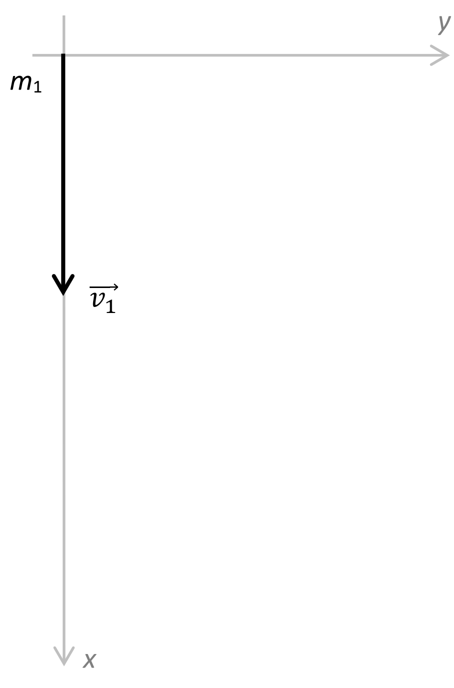


Рис. 2

Выберите один верный вариант ответа:

1) 1,3 м/с, sinβ =0,2;

2) 2,0 м/с, sinβ =0,3;

3) 3,2 м/с, sinβ =0,4;

4) 2,2 м/с, sinβ =0,2.

Решение задачи основано на применении второго закона Ньютона в импульсной форме.

Смысл второго закона Ньютона заключается в определении силы как меры взаимодействия между телами. Движущемуся телу можно приписать такое свойство как импульс, который является произведением массы на скорость: $\vec{p} = m\vec{v}$. Импульс является векторной величиной, так как скорость, от которой он зависит, является вектором. Любое изменения импульса – за счет изменения массы или скорости – происходит в результате действия других тел. Скорость изменения импульса зависит не только от самого взаимодействия, но и от его скорости. Таким образом, можно связать изменение импульса тела с импульсом силы, которая является произведением силы на время ее действия: $\Delta\vec{p} = \vec{F}t$. Отметим, что речь в этом выражении идет о постоянной силе.

Если масса тела остается постоянной в процессе действия силы, то выражение второго закона Ньютона можно записать в следующем виде: $m\Delta\vec{v} = m(\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}) = \vec{F}t$. Обратим внимание, что $\vec{F}$ – это результирующая сила, которая, по сути, является векторной суммой всех сил, приложенных к телу.

Согласно условию задачи на два тела разной массы действует одна и та же результирующая сила в течение одно и того же промежутка времени., поэтому импульс сил, приложенных к телам будет одинаковый. Следовательно, и изменение импульса каждого тела будет одним и тем же:
$\vec{F}t = m_1\vec{v}_3 - m_1\vec{v}_1$ – второй закон Ньютона для первого тела, здесь введено обозначение конечной скорости этого тела как $\vec{v}_3$, при этом $v_3 = v_1$.
$\vec{F}t = m_2\vec{v}_4 - m_2\vec{v}_2$ - второй закон Ньютона для второго тела, здесь введено обозначение конечной скорости этого тела как $\vec{v}_4$, при этом $v_4 = v_2$.

Левые части эти уравнений равны, значит, равны и правые части:

$m_1\vec{v}_3 - m_1\vec{v}_1 = m_2\vec{v}_4 - m_2\vec{v}_2$. Выразим конечный импульс второго тела $m_2\vec{v}_4$.

$$m_2\vec{v}_4 = m_1\vec{v}_3 - m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

Следующий этап решения является графическим – на рис. 1 показаны сложение трех исходных векторов (черный цвет), в результате получается искомый вектор (синий цвет). Можно заметить, что при сложении образуются прямоугольный треугольник с известными катетами (рис. 2).

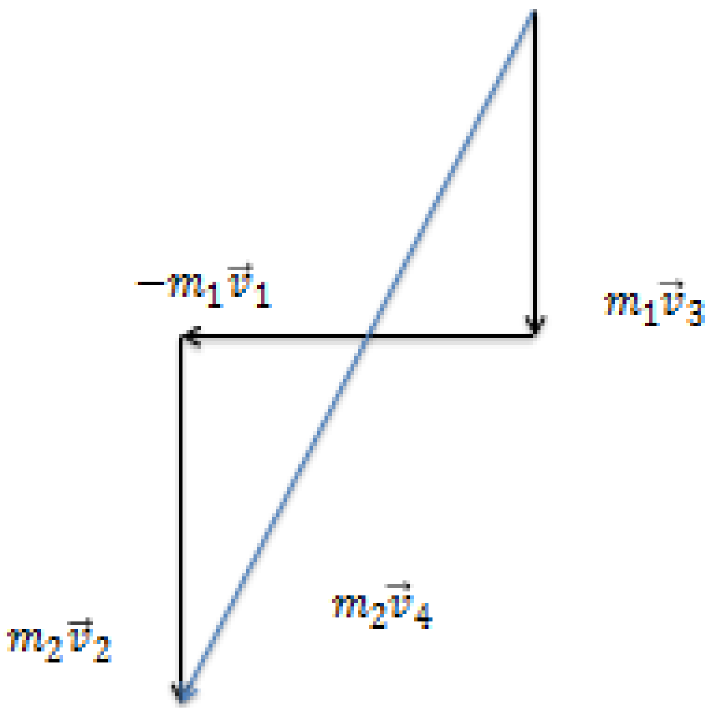


Рис. 1

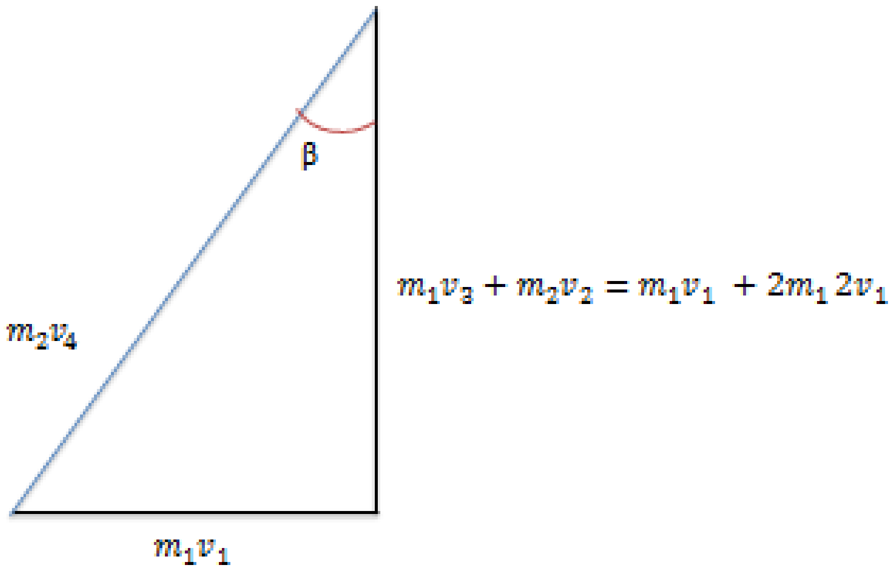


Рис. 2

Следующий шаг – это применение теоремы Пифагора:

$$(m_2v_4)^2 = (m_1v_1)^2 + (5m_1v_1)^2 = 26(m_1v_1)^2.$$

Выразим скорость v_4, учитывая, что m_2=2m_1:

$$v_4 = \frac{m_1v_1\sqrt{26}}{2m_1} = \frac{v_1\sqrt{26}}{2} = \frac{0.5\sqrt{26}}{2} = 1.27 = 1.3 \text{ м/с}.$$

На рис. 2 указан угол β между начальным и конечным направлением скорости второго тела. Синус этого угла можно найти как отношение противолежащего катета к гипотенузе треугольника:

$$\sin\beta = \frac{m_1v_1}{m_2v_4} = \frac{2m_1v_1}{2m_1v_1\sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}} = 0.196 = 0.2$$

Ответ: 1

Задание 4

По небольшому мячу, лежащему на земле, ударили, сообщив ему скорость 10 м/с под углом 30° к горизонту. Во время удара порыв ветра сообщил мячу горизонтальную скорость, равную 4 м/с, которая направлена перпендикулярно начальной скорости мяча. Принимая, что воздействие ветра на мяч сразу после удара произошло мгновенно, найдите перемещение мяча за время полёта. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха при полёте можно пренебречь. Ответ представьте в СИ, округлив до десятых.

Выберите один верный вариант ответа:

1) 8,4;

2) 7,3;

3) 7,5;

4) 9,5.

На рис. 1 представлены векторы скоростей, с которыми мяч начинает свое движение с земли.

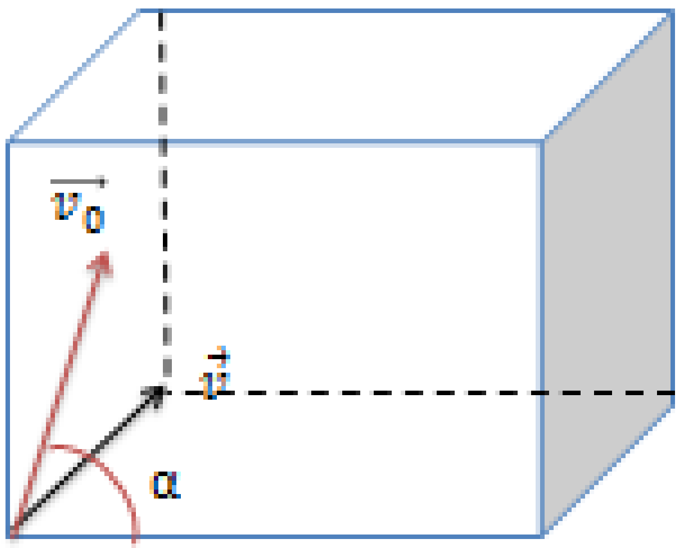


Рис. 1

Движение происходит в трехмерном пространстве (рис. 2). В плоскости xh это движение с постоянным ускорением, равным ускорению свободного падения $\vec{g}$. В плоскости xy мяч движется с постоянной скоростью, которая была сообщена ему в момент удара.

Движение в каждой плоскости является независимым, поэтому перемещение мяча относительно земли будет векторной суммой перемещений в каждой плоскости:

$$\Delta\vec{R} = \vec{S} + \vec{L}$$

$\vec{L}$ – перемещение мяча в плоскости xh.

$\vec{S}$ – перемещение мяча в плоскости xy.

$\Delta\vec{R}$ – перемещение мяча за все время движения

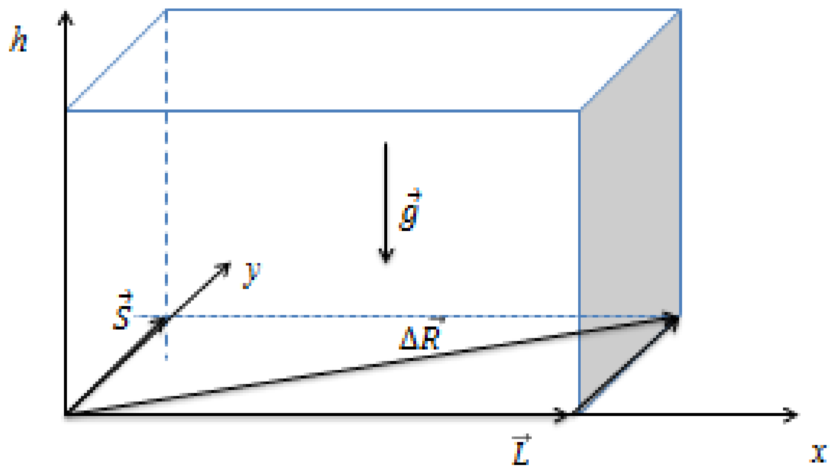


Рис.2

Векторы $\vec{L}$ и $\vec{S}$ перпендикулярны между собой, поэтому для нахождения их суммы – вектора перемещения $\Delta\vec{R}$ – нужно использовать теорему Пифагора:

$$\Delta R^2 = L^2 + S^2.$$

Движение вдоль оси y равномерное, так как никакие ускорения в этом направлении на мяч не действуют (важно помнить, что сопротивлением воздуха можно пренебречь согласно условию). Тогда перемещение будет зависеть от скорости мяча, сообщенной ветром, и времени движения:

$$S = v \cdot t.$$

Время движения можно найти, рассмотрев движение мяча в плоскости xh под действием ускорения свободного падения (рис. 3).

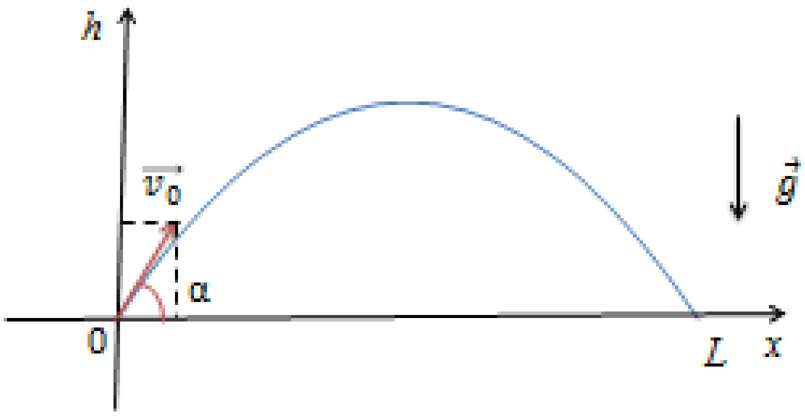


Рис. 3

Для этого используем зависимость координаты h от времени и тот факт, что она равна нулю в момент приземления:

$$h = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2} = 0.$$

Отсюда время полета:

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Окончательное выражение перемещения вдоль оси y:

$$S = v \cdot t = v \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Следующий шаг получить формулу дальности полета, т.е. перемещения вдоль оси x. Это движение без ускорения, поэтому перемещение будет равно произведению проекции скорости мяча v_0 на ось x (проекция скорости v на эту ось будет равна нулю) на время полета:

$$L = (v_0 \cos\alpha)t = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g}.$$

Теперь можно вернуться к теореме Пифагора и найти перемещения мяча за время его полет:

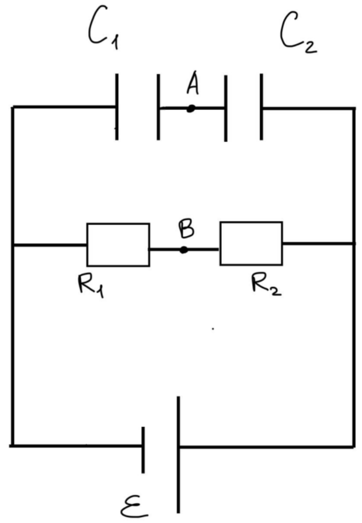
$$\Delta R = \sqrt{(v \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g})^2 + (\frac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g})^2} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}\sqrt{v^2 + (v_0 \cos\alpha)^2}$$

$$= \frac{2 \cdot 10 \sin 30°}{g}\sqrt{4^2 + (10 \cos 30°)^2} = 9.539 = 9.5 \text{ м}$$

Ответ: 4

Задание 7

Цепь, представленная на рисунке, состоит из двух конденсаторов известной электроемкости и двух резисторов. Источник постоянного напряжения будем считать идеальным. Найдите напряжение между точками А и В. Принять C_1 = 1 мкФ, C_2= 2 мкФ, R_1= 1 Ом, R_2= 2 Ом, ε = 1 В. Ответ представить в СИ, округлив до десятых.



Для решения задачи проставим потенциалы на источнике и в точках *A* и *B* (рис. 1). Найдем силу тока в цепи по закону Ома, учитывая последовательное соединение проводников:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$$

Разность потенциалов на участке, содержащем резистор R_2:

$$\varphi_2 - \varphi_B = IR_2 = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2}R_2. \qquad (1)$$

Конденсаторы соединены последовательно, значит, на их обкладках одинаковый по модулю заряд:

$$q = \frac{c_1c_2}{c_1+c_2}\varepsilon.$$

Разность потенциалов на участке, содержащем конденсатор C_1:

$$\varphi_\text{A} - \varphi_1 = \frac{q}{c_1} = \frac{1}{c_1}\cdot\frac{c_1c_2}{c_1+c_2}\varepsilon = \frac{c_2}{c_1+c_2}\varepsilon \qquad (2)$$

Сложим уравнения (1) и (2):

$$\varphi_\text{A} - \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_B = \frac{c_2}{c_1+c_2}\varepsilon + \frac{\varepsilon}{R_1+R_2}R_2.$$

$$\varphi_{\text{A}} - \varphi_B + \varepsilon = \frac{c_2}{c_1 + c_2}\varepsilon + \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}R_2.$$

$$\varphi_{\text{A}} - \varphi_B = \frac{c_2}{c_1 + c_2}\varepsilon + \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}R_2 - \varepsilon$$

$$\varphi_{\text{A}} - \varphi_B = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - 1 = 0{,}333 = 0{,}3\text{В}$$

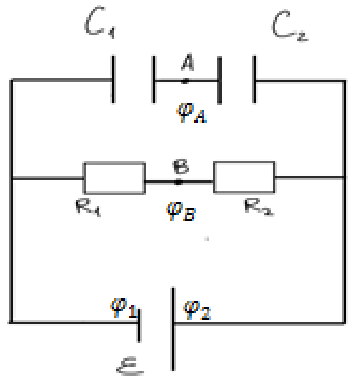


Рис. 1

Ответ: 0,3